

# SIMPLIFICAÇÃO DE CIRCUITOS SEQUENCIAIS

**Sel 414 - Sistemas Digitais**

**Prof. Homero Schiabel**

## **Equivalência de estados**

Dois Estados são equivalentes se não podemos distinguir um do outro, ou seja, não podemos determinar em qual dos dois estados equivalentes o Circuito Sequencial começa, aplicando-se entradas e observando suas saídas.

Se essa condição ocorrer, para qualquer seqüência de entrada, um dos Estados é redundante e pode ser removido sem alterar o comportamento do circuito.

**Remover estados redundantes é importante para**



- 1) Reduzir Custos**
- 2) Reduzir a Complexidade do Circuito**
- 3) Facilitar a Análise de Falhas**

## Equivalência de estados

1. Os Estados  $S_1, S_2, \dots, S_j$  de um Circuito Sequencial são ditos **equivalentes** se e somente se, para toda seqüência de entrada possível, a mesma seqüência de saída será produzida independentemente de qual  $S_1, S_2, \dots, S_j$  seja o Estado Inicial.

2. Sejam  $S_k$  e  $S_l$  os Próximos Estados de um Circuito Sequencial quando a entrada  $I_p$  é aplicada, estando o circuito nos estados  $S_i$  e  $S_j$  respectivamente.

$S_i$  e  $S_j$  são **equivalentes** se e somente se, para toda entrada possível  $I_p$ :

1 - A saída produzida pelo estado  $S_i$  é igual à saída produzida pelo estado  $S_j$

2 - Os Próximos Estados  $S_k$  e  $S_l$  são **equivalentes**.

# Eliminação de Estados redundantes

## 1. Por Inspeção

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A	B / 0	C / 1
B	C / 0	A / 1
C	D / 1	B / 0
<del>D</del>	<del>C / 0</del>	<del>A / 1</del>
E	D / 0	C / 1

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A	B / 0	C / 1
B	C / 0	A / 1
C	B / 1	B / 0
<del>E</del>	<del>B / 0</del>	<del>C / 1</del>

# Eliminação de Estados redundantes

## 1. Por Inspeção

**TABELA FINAL**

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A	B / 0	C / 1
B	C / 0	A / 1
C	B / 1	B / 0

# Eliminação de Estados redundantes

## 2. Por Partição

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A	B / 0	C / 0
B	D / 0	E / 0
C	G / 0	E / 0
D	H / 0	F / 0
E	G / 0	A / 0
F	G / 1	A / 0
G	D / 0	C / 0
H	H / 0	A / 0

1. Só est. **F** tem comportamento diferente dos outros quanto à saída;
2. Vamos assumir que, inicialmente, todos os demais correspondem ao mesmo estado.
3. Dividir os estados, então, em duas classes (**PARTIÇÕES**)

# Eliminação de Estados redundantes

## 2. Por Partição

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A <sub>1</sub>	B <sub>1</sub> / 0	C <sub>1</sub> / 0
B <sub>1</sub>	D <sub>1</sub> / 0	E <sub>1</sub> / 0
C <sub>1</sub>	G <sub>1</sub> / 0	E <sub>1</sub> / 0
D <sub>1</sub>	H <sub>1</sub> / 0	F <sub>2</sub> / 0
E <sub>1</sub>	G <sub>1</sub> / 0	A <sub>1</sub> / 0
F <sub>2</sub>	G <sub>1</sub> / 1	A <sub>1</sub> / 0
G <sub>1</sub>	D <sub>1</sub> / 0	C <sub>1</sub> / 0
H <sub>1</sub>	H <sub>1</sub> / 0	A <sub>1</sub> / 0



Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A <sub>1</sub>	B <sub>1</sub> / 0	C <sub>1</sub> / 0
B <sub>1</sub>	D <sub>3</sub> / 0	E <sub>1</sub> / 0
C <sub>1</sub>	G <sub>1</sub> / 0	E <sub>1</sub> / 0
D <sub>3</sub>	H <sub>1</sub> / 0	F <sub>2</sub> / 0
E <sub>1</sub>	G <sub>1</sub> / 0	A <sub>1</sub> / 0
F <sub>2</sub>	G <sub>1</sub> / 1	A <sub>1</sub> / 0
G <sub>1</sub>	D <sub>3</sub> / 0	C <sub>1</sub> / 0
H <sub>1</sub>	H <sub>1</sub> / 0	A <sub>1</sub> / 0

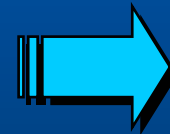


Dois estados cujos Est. Futuros em cada coluna (x=0 e x=1) não estão nas mesmas Partições devem ser estados diferentes

# Eliminação de Estados redundantes

## 2. Por Partição

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A <sub>1</sub>	B <sub>4</sub> / 0	C <sub>1</sub> / 0
B <sub>4</sub>	D <sub>3</sub> / 0	E <sub>1</sub> / 0
C <sub>1</sub>	G <sub>4</sub> / 0	E <sub>1</sub> / 0
D <sub>3</sub>	H <sub>1</sub> / 0	F <sub>2</sub> / 0
E <sub>1</sub>	G <sub>4</sub> / 0	A <sub>1</sub> / 0
F <sub>2</sub>	G <sub>4</sub> / 1	A <sub>1</sub> / 0
G <sub>4</sub>	D <sub>3</sub> / 0	C <sub>1</sub> / 0
H <sub>1</sub>	H <sub>1</sub> / 0	A <sub>1</sub> / 0



Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A <sub>5</sub>	B <sub>4</sub> / 0	C <sub>5</sub> / 0
B <sub>4</sub>	D <sub>3</sub> / 0	E <sub>5</sub> / 0
C <sub>5</sub>	G <sub>4</sub> / 0	E <sub>5</sub> / 0
D <sub>3</sub>	H <sub>1</sub> / 0	F <sub>2</sub> / 0
E <sub>5</sub>	G <sub>4</sub> / 0	A <sub>5</sub> / 0
F <sub>2</sub>	G <sub>4</sub> / 1	A <sub>5</sub> / 0
G <sub>4</sub>	D <sub>3</sub> / 0	C <sub>5</sub> / 0
H <sub>1</sub>	H <sub>1</sub> / 0	A <sub>5</sub> / 0



# Eliminação de Estados redundantes

## 2. Por Partição

**TABELA FINAL**

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
a	b / 0	a / 0
b	c / 0	a / 0
c	e / 0	d / 0
d	b / 1	a / 0
e	e / 0	a / 0

# Eliminação de Estados redundantes

## 2. Por Partição (outro modelo)

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A	E / 0	D / 0
B	A / 1	F / 0
C	C / 0	A / 1
D	B / 0	A / 0
E	D / 1	C / 0
F	C / 0	D / 1
G	H / 1	G / 1
H	C / 1	B / 1

$$P_0 = (A \mid B \mid C \mid D \mid E \mid F \mid G \mid H)$$

$$\begin{array}{l}
 X=0 \Rightarrow \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{array} \\
 X=1 \Rightarrow \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{array}
 \end{array}$$



$$P_1 = (AD) (BE) (CF) (GH)$$

# Eliminação de Estados redundantes

## 2. Por Partição (outro modelo)

**TABELA FINAL**

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A	B / 0	A / 0
B	A / 1	C / 0
C	C / 0	A / 1
G	H / 1	G / 1
H	C / 1	B / 1

# Eliminação de Estados redundantes

## 2. Por Partição – múltiplas entradas

Estado Presente	Est. Futuro / Saída			
	00	01	00	01
A	D / 0	D / 0	F / 0	A / 0
B	C / 1	D / 0	E / 1	F / 0
C	C / 1	D / 0	E / 1	A / 0
D	D / 0	B / 0	A / 0	F / 0
E	C / 1	F / 0	E / 1	A / 0
F	D / 0	D / 0	A / 0	F / 0
G	G / 0	G / 0	A / 0	A / 0
H	B / 1	D / 0	E / 1	A / 0

$$P_0 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline A & B & C & D & E & F & G & H \\ \hline 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$P_1 = (A D F G) (B C E H)$

00 - D D D G C C C B

01 - D **B** D G D D F D

11 - F A A A E E E E

10 - A F F A F A A A

D está em outra partição ←

# Eliminação de Estados redundantes

## 2. Por Partição – múltiplas entradas

### TABELA FINAL

Estado Presente	Est. Futuro / Saída			
	00	01	00	01
A	D / 0	D / 0	A / 0	A / 0
B	B / 1	D / 0	E / 1	A / 0
D	D / 0	B / 0	A / 0	A / 0
E	B / 1	A / 0	E / 1	A / 0
G	G / 0	G / 0	A / 0	A / 0

# Eliminação de Estados redundantes

## 2. Por Partição – Exemplo completo

**Detector de sequência (mod. Mealy)**  
(entrada  $X$ , saída  $Z$ )

- Para  $X = 0 \Rightarrow Z = 1$  SE anteriormente  $X = 1001$   
 $\Rightarrow$  sequência bem sucedida para  $Z = 1$  é  $X = 10010$
- Vamos supor a sequência:

$C_k =$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
$X =$	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0
$Z =$	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0

# Eliminação de Estados redundantes

## 2. Por Partição – Exemplo completo

### (a) Diagrama de Estados

- Consideraremos o primeiro estado como aquele atingido após a sucessão de dois ou mais 1 consecutivos (no ex., é o estado do sistema no terceiro pulso de  $C_k$ )  $\Rightarrow$  primeiro bit de uma sequência que **pode** ser bem sucedida foi recebido (qualquer coisa anterior é irrelevante)

$C_k =$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
$X =$	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0
$Z =$	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0

# Eliminação de Estados redundantes

## 2. Por Partição – Exemplo completo

### (b) Tabela de Estados

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A	B / 0	A / 0
B	C / 0	F / 0
C	G / 0	D / 0
D	E / 1	A / 0
E	C / 0	A / 0
<del>F</del>	<del>B / 0</del>	<del>A / 0</del>
G	G / 0	F / 0



Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A	B / 0	A / 0
B	C / 0	A / 0
C	G / 0	D / 0
D	E / 1	A / 0
<del>E</del>	<del>C / 0</del>	<del>A / 0</del>
G	G / 0	A / 0



# Eliminação de Estados redundantes

## 2. Por Partição – Exemplo completo

### (b) Tabela de Estados

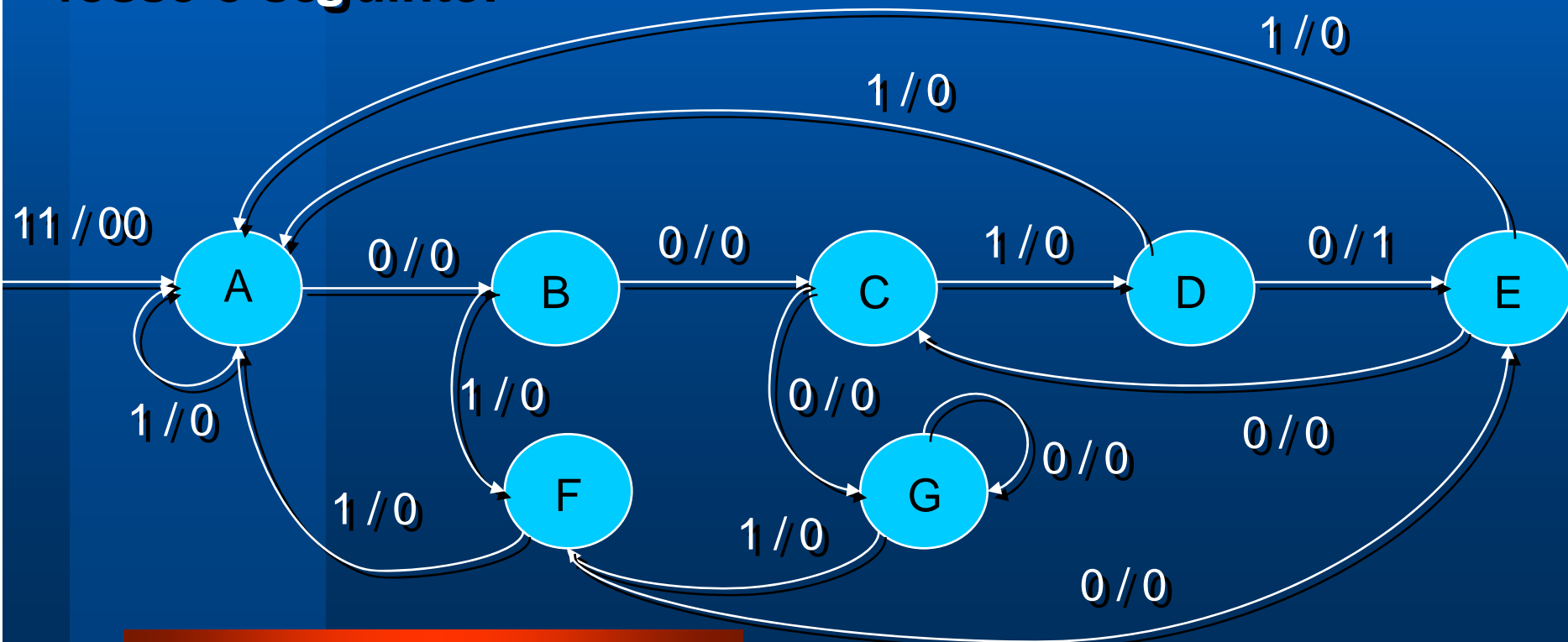
**TABELA FINAL**

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A	B / 0	A / 0
B	C / 0	A / 0
C	G / 0	D / 0
D	B / 1	A / 0
G	G / 0	A / 0

# Eliminação de Estados redundantes

## 2. Por Partição – Exemplo completo

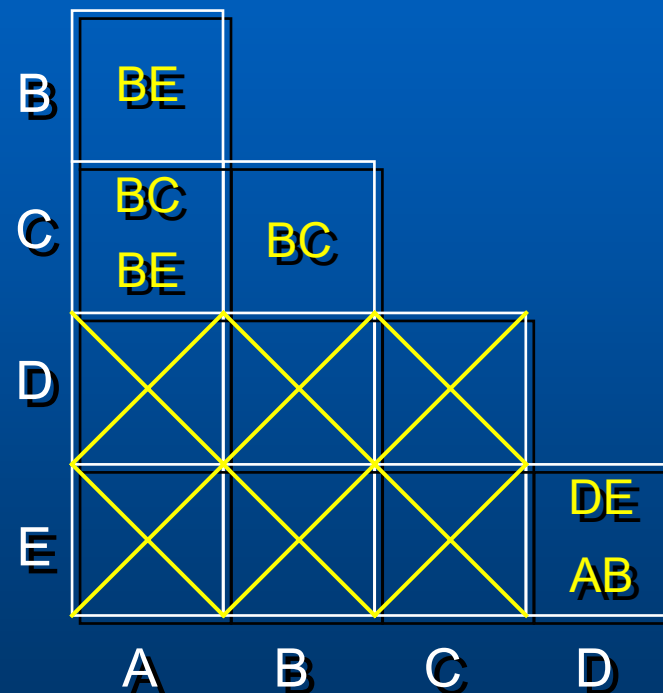
**Exercício:** Determine a Tabela de Estados final para o mesmo detector de sequência se o diagrama de estados fosse o seguinte:



# Eliminação de Estados redundantes

## 3. Pela Tabela de Implicação

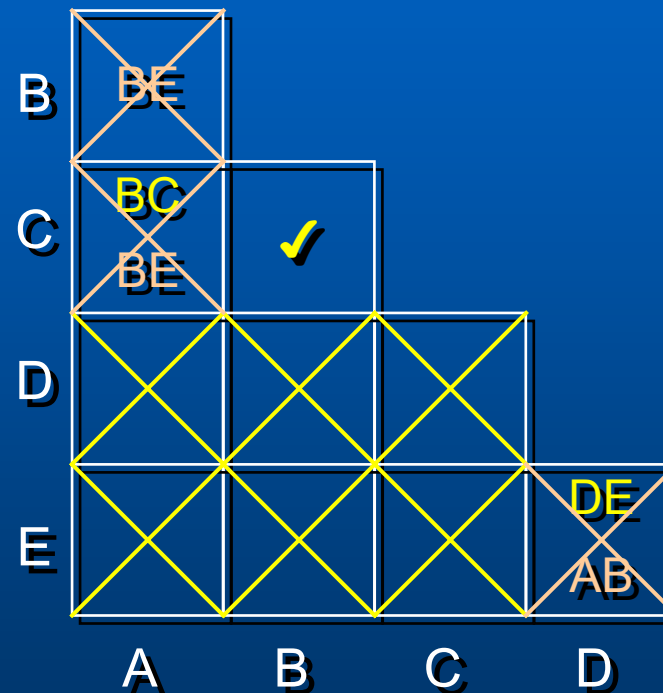
Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A	C / 1	B / 0
B	C / 1	E / 0
C	B / 1	E / 0
D	D / 0	B / 1
E	E / 0	A / 1



# Eliminação de Estados redundantes

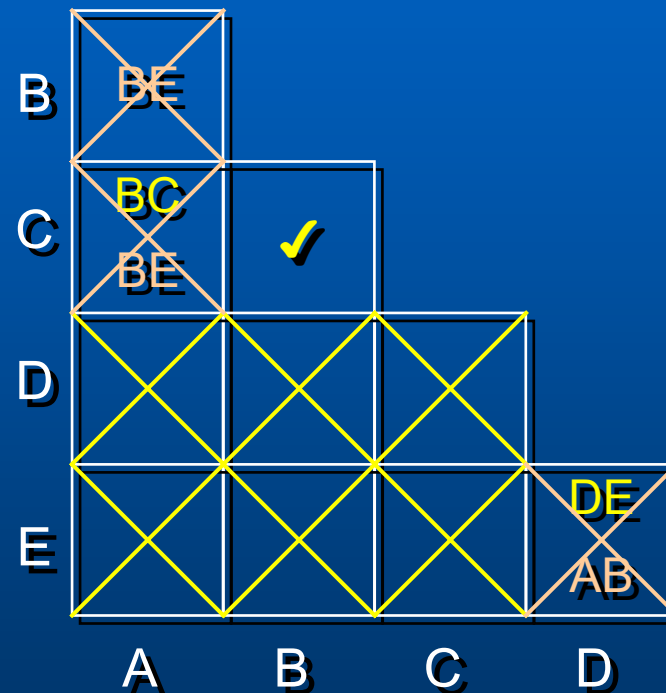
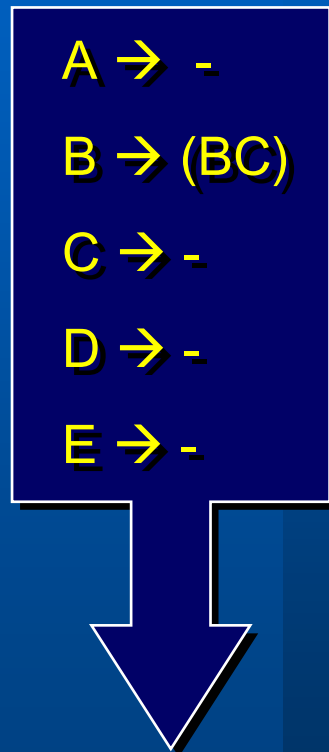
## 3. Pela Tabela de Implicação

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A	C / 1	B / 0
B	C / 1	E / 0
C	B / 1	E / 0
D	D / 0	B / 1
E	E / 0	A / 1



# Eliminação de Estados redundantes

## 3. Pela Tabela de Implicação

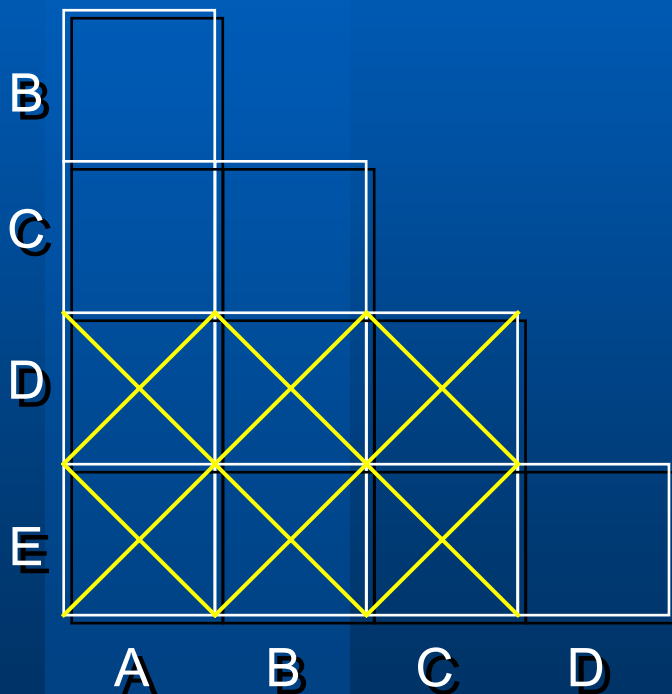


Partições de Equivalência  $\Rightarrow P_K = (A) (BC) (D) (E)$

# Eliminação de Estados redundantes

## 3. Pela Tabela de Implicação

### MÉTODO



#### 1. Formar a tabela:

- Vertical  $\rightarrow$  estados exceto o 1<sup>o</sup>
- Horizontal  $\rightarrow$  estados exceto o último

(\*) *Cruzamento linha-coluna*  $\rightarrow$  teste de equivalência dos estados

#### 2. Colocar X nas células em que as saídas não são = para qualquer entrada

# Eliminação de Estados redundantes

## 3. Pela Tabela de Implicação

### MÉTODO

B	BE			
C	BC BE	BC		
D	X	X	X	
E	X	X	X	DE AB
	A	B	C	D

3. Completar células vazias com pares de *Estados Futuros* cuja equivalência está implicada pelos dois estados da intersecção
4. Se os pares implicados numa célula são os que a definem, ou se os Estados Futuros da célula são os mesmos → marcar ✓ (esses estados são equivalentes)

# Eliminação de Estados redundantes

## 3. Pela Tabela de Implicação

### MÉTODO

B	BE			
C	BC BE	✓		
D				
E				AB
	A	B	C	D

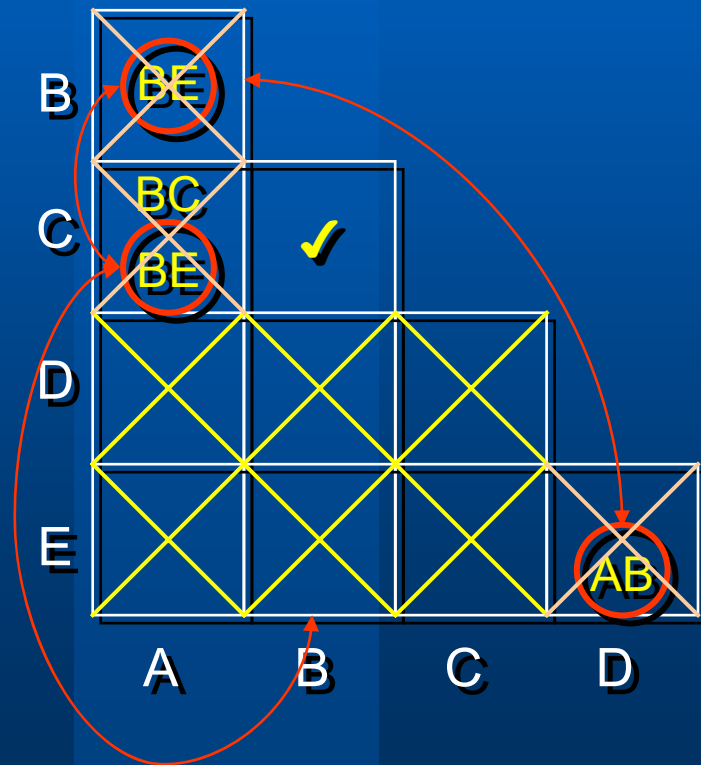
3. Completar células vazias com pares de *Estados Futuros* cuja equivalência está implicada pelos dois estados da intersecção
4. Se os pares implicados numa célula são os que a definem, ou se os Estados Futuros da célula são os mesmos → marcar ✓ (esses estados são equivalentes)



# Eliminação de Estados redundantes

## 3. Pela Tabela de Implicação

### MÉTODO



5. Verificar se devem ser cruzadas outras células, além das já marcadas
6. Montar a tabela final, listando os estados que definem a linha horizontal na Tab. Implicação (examiná-la coluna a coluna procurando células não cruzadas – Estados **EQUIVALENTES**).

# Eliminação de Estados redundantes

## 3. Pela Tabela de Implicação

EXERCÍCIOS – Simplificar as tab. de estados abaixo

3.1

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A	E / 0	D / 0
B	A / 1	F / 0
C	C / 0	A / 1
D	B / 0	A / 0
E	D / 1	C / 0
F	C / 0	D / 1
G	H / 1	G / 1
H	C / 1	B / 1

3.2

Estado Presente	Est. Futuro / Saída			
	00	01	00	01
A	D / 0	D / 0	F / 0	A / 0
B	C / 1	D / 0	E / 1	F / 0
C	C / 1	D / 0	E / 1	A / 0
D	D / 0	B / 0	A / 0	F / 0
E	C / 1	F / 0	E / 1	A / 0
F	D / 0	D / 0	A / 0	F / 0
G	G / 0	G / 0	A / 0	A / 0
H	B / 1	D / 0	E / 1	A / 0